# Chapitre 1 - Proportion et évolution

## Table des matières

## 1. Les proportions : "Quelle part du total ?"

Une proportion sert à mesurer l'importance d'un groupe (sous-population - $N_A$) au sein d'un grand ensemble (population totale - $N_E$).

Pour calculer une proportion « p », on divise l'effectif que l'on étudie par l'effectif total :

$$p = \frac{\text{nombre d'éléments étudiés}}{\text{nombre total d'éléments}} = \frac{N_A}{N_E}$$

Exemple :

Dans une classe de 25 étudiants, 5 ont eu 18/20 à une évaluation.

p = 5 / 25 = 0,20. Pour l'avoir en pourcentage, on multiplie par 100 : 20 %.

Attention, il ne faut pas confondre la **quantité** (l'effectif) et le **poids** (la proportion). Pour des populations de référence différentes, les effectifs et les proportions ne sont pas forcément rangés dans le même ordre.

Exemple :

| Indicateur | Magasin 1 | Magasin 2 |
|---|---|---|
| Ventes totales (CA) | 500 000 € | 200 000 € |
| Ventes d'ordinateurs | 100 000 € | 80 000 € |
| Proportion (Part de marché) | 100 000 / 500 000 = 20 % | 80 000 / 200 000 = 40 % |

En calculant la proportion des ventes des ordinateurs dans chaque entreprise, on observe qu'elles représentent 20% de l'entreprise 1 contre 40% dans l'entreprise 2. La proportion est donc supérieure dans la 2ème entreprise. Pourtant, les ventes sont > dans le magasin 1 par rapport au second.

Donc les effectifs et les proportions ne sont pas rangés dans le même ordre.

## 2. Les évolutions : une augmentation ou une baisse ?

### 2.1. Le taux d'évolution

Soit une quantité avec une valeur de départ notée $V_D$. Cette quantité va varier pour atteindre une valeur d'arrivée notée $V_A$.

- **Variation absolue :** C'est l'écart réel. (Valeur Arrivée - Valeur Départ) = $\Delta V = V_A - V_D$
- **Variation relative (Taux t) :** C'est le pourcentage d'évolution.

$$t = \frac{\text{Valeur d'arrivée} - \text{Valeur de départ}}{\text{Valeur de départ}} = \frac{V_A - V_D}{V_D}$$

Exemple :

En N : 20 étudiants au sein du BTS CG1 au sein de l'établissement.

En N+1 : 25 étudiants au sein du BTS CG1 au sein de l'établissement.

- **Écart réel :** 25 – 20 = 5 étudiants
- **Taux d'évolution :** (25-20)/20 = 25% d'augmentation

Si la quantité augmente, les variations absolue et relative sont positives. Si la quantité diminue, elles sont négatives.

### 2.2. Le coefficient multiplicateur (CM) : l'outil magique

Le CM est le nombre par lequel on multiplie la valeur de départ pour obtenir la valeur d'arrivée. C'est beaucoup plus pratique pour les calculs en cascade.

On a alors $V_A = (1 + t) \times V_D$

$\boldsymbol{1} + \boldsymbol{t}$ est appelé coefficient multiplicateur associé au taux d'évolution $t$. On peut le noter $CM$. Par conséquent, $VA = CM \times VD$

Exemple : si on reprend le taux d'évolution précédent de 25%.

| Évolution | Taux (t) | Calcul du CM | Valeur du CM |
|---|---|---|---|
| Hausse de 25% | 0,25 | 1 + 0 ,25 | **1,25** |
| Baisse de 25% | - 0,25 | 1 - 0 ,25 | **0,75** |

En N, il y a 20 étudiants, en N+1 il y aura, 20 x 1,25 = 25 étudiants.

## 2.3. Les évolutions successives : "On multiplie !"

Quand on subit plusieurs hausses ou baisses d'affilée, **on multiplie les CM entre eux (CM x CM')**. On ne fait jamais la somme des pourcentages !

Exemple : Le nombre d'étudiants de 20 étudiants augmente de 25% (CM = 1,25) en N+1 puis de 30% (CM = 1,30) en N+2.

CM global = 1,25 x 1,30 = 1,625.

L'augmentation totale est de 62,5 % (et non 55%). Le nombre d'étudiants sera de 20 x 1,25 x 1,30 ou 20 x 1,625 = 32,5 (on va arrondir à 33 pour éviter d'avoir un demi étudiant…).

Ce résultat se généralise même pour plus de deux évolutions successives.

## 2.4. L'évolution réciproque : "Revenir au départ"

Si un prix augmente, de combien doit-il baisser pour revenir au prix initial ?

Le CM réciproque est l'inverse du premier : CM' = 1 / CM.

Exemple :

Si un prix augmente de 15% ($CM = 1,15$), pour revenir à zéro, il faut multiplier par $1 / 1,15 = 0,87. Une baisse de 13% environ est donc nécessaire.

On remarque qu'**une baisse de $15\%$ n'annule pas exactement l'effet d'une hausse de $15\%$.** Les évolutions ici ne sont pas réciproques mais opposées.

Pour s'entraîner, vous pouvez réaliser des exercices sur les proportions et les indices pour sécuriser vos points à l'examen. Sujet complet et corrigé détaillé (disponible sur le shop BTS CG).

# 3. Les Indices : "comparer par rapport à une base 100"

## 3.1. « 100 » comme valeur de référence

L'indice simplifie la lecture de données complexes en ramenant une valeur de référence à **100**.

Exemple : Évolution du nombre d'étudiants en BTS CG

| N | N+1 | N+2 | N+3 | N+4 |
|---|---|---|---|---|
| 20 | 25 | 31 | 34 | 33 |

Choisissons N comme saison de référence et attribuons-lui la valeur 100. Déterminons une suite de nombres proportionnels aux effectifs des cinq saisons suivantes.

Calcul : let's go pour un produit en croix :

| | |
|---|---|
| 100 | N = 20 |
| ? | N+1 = 25 |

X = 100 *25 /20 = 125

D'où, pour le phénomène étudié, **l'indice (simple) en base 100 à une date** est :

$$i = 100 * \frac{y}{y_0} = \frac{Observation}{\text{Observation de référence}}$$

Au final,

| N | N+1 | N+2 | N+3 | N+4 |
|---|---|---|---|---|
| 100 | 125 | 155 | 170 | 165 |

L'indice mesure l'écart par rapport à une année de référence (qu'on appelle la base 100).

- **Si l'indice est de 105 :** vous avez 5 unités de plus que 100, donc une **hausse de 5 %**.
- **Si l'indice est de 90 :** vous avez 10 unités de moins que 100, donc une **baisse de 10 %**.

| N | N+1 | N+2 | N+3 | N+4 |
|---|---|---|---|---|
| 100 | 125 | 155 | 170 | 165 |
| | + 25 | + 55 | + 70 | + 65 |
| | 5/20 =25% | 11/20 =55% | 70% | 65% |

## 3.2. Les formules : Passer de l'un à l'autre

- Trouver l'indice quand on a le taux

Si le taux d'évolution augmente de 2%, on prend la base 100 et on ajoute l'augmentation.

$$I = 100(1 + t)$$

<u>Exemple</u> : 100 x (1+2%) = 100 x 1,02 = 102

- B. Trouver le taux quand on a l'indice

On regarde simplement de combien l'indice s'est éloigné de 100, puis on divise par 100 pour l'avoir en pourcentage.

$$t = (I - 100)\ /100$$

<u>Exemple</u> : Si I = 107,73, alors t = (107,73 – 100) / 100 = 0,0773 soit 7,73%

## 4. Le taux d'évolution moyen

C'est le taux qui, appliqué chaque période (chaque mois par exemple), donnerait le même résultat qu'une grosse évolution annuelle.

On utilise la **racine n-ième** (où n est le nombre de périodes).

$$\mathbf{1} + \boldsymbol{t_m} = (\mathbf{1} + \boldsymbol{t})\text{^}1/\boldsymbol{n}$$

$$\boldsymbol{t_m} = (\mathbf{1} + \boldsymbol{t})\text{^}1/\boldsymbol{n}\ - \mathbf{1}$$

Exemple : Votre chiffre d'affaires augmente de 10 % en 1 an (CM = 1,1). Quel est le taux mensuel moyen ?

On a 12 mois dans l'année, donc on cherche le CM mensuel :

$\boldsymbol{t_m}$ (CM) = 1,1^(1/12) – 1 =0,7974% (arrondi)

Le taux moyen est donc de 0,7974 % par mois.

Pourquoi ne pas diviser par 12 ?

- 10% / 12 = 0,83%
- 100 000 (base de référence) *1,083*1,083*1,083…*1,083 (12 fois) ou 100 000 *(1+0,83%)^12

https://www.comprendre-la-compta-gestion.com/

Le taux moyen **n'est pas** la moyenne des taux. C'est la valeur qui "lisse" l'évolution sur plusieurs années.

| | Référence | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 10%/12 | 100 000,00 € | 100 833,33 € | 101 673,61 € | 102 520,89 € | 103 375,23 € | 104 236,69 € | 105 105,33 € | 105 981,21 € | 106 864,39 € | 107 754,92 € | 108 652,88 € | 109 558,32 € | 110 471,31 € |
| 1,1^(1/12) – 1 | 100 000,00 € | 100 797,41 € | 101 601,19 € | 102 411,37 € | 103 228,01 € | 104 051,17 € | 104 880,88 € | 105 717,22 € | 106 560,22 € | 107 409,95 € | 108 266,45 € | 109 129,78 € | 110 000,00 € |

Pour s'entraîner, vous pouvez réaliser des exercices sur les proportions et les indices pour sécuriser vos points à l'examen. Sujet complet et corrigé détaillé (disponible sur le shop BTS CG).