

Chapitre 1 - Proportion et évolution

Table des matières

1.	Les proportions : "Quelle part du total ?"	2
2.	Les évolutions : une augmentation ou une baisse ?	3
2.1.	Le taux d'évolution	3
2.2.	Le coefficient multiplicateur (CM) : l'outil magique.....	3
2.3.	Les évolutions successives : "On multiplie !"	4
2.4.	L'évolution réciproque : "Revenir au départ"	4
3.	Les Indices : "comparer par rapport à une base 100"	4
3.1.	« 100 » comme valeur de référence	4
3.2.	Les formules : Passer de l'un à l'autre.....	5
4.	Le taux d'évolution moyen.....	6

1. Les proportions : "Quelle part du total ?"

Une proportion sert à mesurer l'importance d'un groupe (sous-population - N_A) au sein d'un grand ensemble (population totale - N_E).

Pour calculer une proportion « p », on divise l'effectif que l'on étudie par l'effectif total :

$$p = \frac{\text{nombre d'éléments étudiés}}{\text{nombre total d'éléments}} = \frac{N_A}{N_E}$$

Exemple :

Dans une classe de 25 étudiants, 5 ont eu 18/20 à une évaluation.

$p = 5 / 25 = 0,20$. Pour l'avoir en pourcentage, on multiplie par 100 : 20 %.

Attention, il ne faut pas confondre la **quantité** (l'effectif) et le **poids** (la proportion). Pour des populations de référence différentes, les effectifs et les proportions ne sont pas forcément rangés dans le même ordre.

Exemple :

Indicateur	Magasin 1	Magasin 2
Ventes totales (CA)	500 000 €	200 000 €
Ventes d'ordinateurs	100 000 €	80 000 €
Proportion (Part de marché)	$100\,000 / 500\,000 = 20\%$	$80\,000 / 200\,000 = 40\%$

En calculant la proportion des ventes des ordinateurs dans chaque entreprise, on observe qu'elles représentent 20% de l'entreprise 1 contre 40% dans l'entreprise 2. La proportion est donc supérieure dans la 2^{ème} entreprise. Pourtant, les ventes sont > dans le magasin 1 par rapport au second.

Donc les effectifs et les proportions ne sont pas rangés dans le même ordre.

2. Les évolutions : une augmentation ou une baisse ?

2.1. Le taux d'évolution

Soit une quantité avec une valeur de départ notée V_D . Cette quantité va varier pour atteindre une valeur d'arrivée notée V_A .

- **Variation absolue** : C'est l'écart réel. (Valeur Arrivée - Valeur Départ) = $\Delta V = V_A - V_D$
- **Variation relative (Taux t)** : C'est le pourcentage d'évolution.

$$t = \frac{\text{Valeur d'arrivée} - \text{Valeur de départ}}{\text{Valeur de départ}} = \frac{V_A - V_D}{V_D}$$

Exemple :

En N : 20 étudiants au sein du BTS CG1 au sein de l'établissement.

En N+1 : 25 étudiants au sein du BTS CG1 au sein de l'établissement.

- **Écart réel** : $25 - 20 = 5$ étudiants
- **Taux d'évolution** : $(25-20)/20 = 25\%$ d'augmentation

Si la quantité augmente, les variations absolue et relative sont positives. Si la quantité diminue, elles sont négatives.

2.2. Le coefficient multiplicateur (CM) : l'outil magique

Le CM est le nombre par lequel on multiplie la valeur de départ pour obtenir la valeur d'arrivée. C'est beaucoup plus pratique pour les calculs en cascade.

On a alors $V_A = (1 + t) \times V_D$

$1 + t$ est appelé coefficient multiplicateur associé au taux d'évolution t . On peut le noter CM . Par conséquent, $V_A = CM \times V_D$

Exemple : si on reprend le taux d'évolution précédent de 25%.

Évolution	Taux (t)	Calcul du CM	Valeur du CM
Hausse de 25%	0,25	$1 + 0,25$	1,25
Baisse de 25%	- 0,25	$1 - 0,25$	0,75

En N, il y a 20 étudiants, en N+1 il y aura, $20 \times 1,25 = 25$ étudiants.

2.3. Les évolutions successives : "On multiplie !"

Quand on subit plusieurs hausses ou baisses d'affilée, **on multiplie les CM entre eux (CM x CM')**. On ne fait jamais la somme des pourcentages !

Exemple : Le nombre d'étudiants de 20 étudiants augmente de 25% (CM = 1,25) en N+1 puis de 30% (CM = 1,30) en N+2.

CM global = $1,25 \times 1,30 = 1,625$.

L'augmentation totale est de 62,5 % (et non 55%). Le nombre d'étudiants sera de $20 \times 1,25 \times 1,30$ ou $20 \times 1,625 = 32,5$ (on va arrondir à 33 pour éviter d'avoir un demi étudiant...).

Ce résultat se généralise même pour plus de deux évolutions successives.

2.4. L'évolution réciproque : "Revenir au départ"

Si un prix augmente, de combien doit-il baisser pour revenir au prix initial ?

Le CM réciproque est l'inverse du premier : $CM' = 1 / CM$.

Exemple :

Si un prix augmente de 15% ($\$CM = 1,15\$$), pour revenir à zéro, il faut multiplier par $\$1 / 1,15 = 0,87$. Une baisse de 13% environ est donc nécessaire.

On remarque qu'une **baisse de 15%** n'annule pas exactement l'effet d'une hausse de **15%**. Les évolutions ici ne sont pas réciproques mais opposées.

3. Les Indices : "comparer par rapport à une base 100"

3.1. « 100 » comme valeur de référence

L'indice simplifie la lecture de données complexes en ramenant une valeur de référence à **100**.

Exemple : Évolution du nombre d'étudiants en BTS CG

N	N+1	N+2	N+3	N+4
20	25	31	34	33

Choisissons N comme saison de référence et attribuons-lui la valeur 100. Déterminons une suite de nombres proportionnels aux effectifs des cinq saisons suivantes.

Calcul : let's go pour un produit en croix :

100	N = 20
?	N+1 = 25

$$X = 100 * 25 / 20 = 125$$

D'où, pour le phénomène étudié, l'indice (simple) en base 100 à une date est :

$$i = 100 * \frac{y}{y_0} = \frac{\text{Observation}}{\text{Observation de référence}}$$

Au final,

N	N+1	N+2	N+3	N+4
100	125	155	170	165

L'indice mesure l'écart par rapport à une année de référence (qu'on appelle la base 100).

- Si l'indice est de 105 : vous avez 5 unités de plus que 100, donc une **hausse de 5 %**.
- Si l'indice est de 90 : vous avez 10 unités de moins que 100, donc une **baisse de 10 %**.

N	N+1	N+2	N+3	N+4
100	125	155	170	165
	+ 25	+ 55	+ 70	+ 65
	5/20 = 25%	11/20 = 55%	70%	65%

3.2. Les formules : Passer de l'un à l'autre

- Trouver l'indice quand on a le taux

Si le taux d'évolution augmente de 2%, on prend la base 100 et on ajoute l'augmentation.

$$I = 100(1 + t)$$

Exemple : $100 \times (1+2\%) = 100 \times 1,02 = 102$

- B. Trouver le taux quand on a l'indice

On regarde simplement de combien l'indice s'est éloigné de 100, puis on divise par 100 pour l'avoir en pourcentage.

$$t = (I - 100) / 100$$

Exemple : Si $I = 107,73$, alors $t = (107,73 - 100) / 100 = 0,0773$ soit 7,73%

4. Le taux d'évolution moyen

C'est le taux qui, appliqué chaque période (chaque mois par exemple), donnerait le même résultat qu'une grosse évolution annuelle.

On utilise la **racine n-ième** (où n est le nombre de périodes).

$$1 + t_m = (1 + t)^{1/n}$$

$$t_m = (1 + t)^{1/n} - 1$$

Exemple : Votre chiffre d'affaires augmente de 10 % en 1 an (CM = 1,1). Quel est le taux mensuel moyen ?

On a 12 mois dans l'année, donc on cherche le CM mensuel :

$$t_m \text{ (CM)} = 1,1^{(1/12)} - 1 = 0,7974\% \text{ (arrondi)}$$

Le taux moyen est donc de 0,7974 % par mois.

Pourquoi ne pas diviser par 12 ?

- 10% / 12 = 0,83%
- 100 000 (base de référence) * 1,083 * 1,083 * 1,083... * 1,083 (12 fois) ou 100 000 * (1 + 0,83%)^12

	Référence	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
10%/12	100 000,00 €	100 833,33 €	101 673,61 €	102 520,89 €	103 375,23 €	104 236,69 €	105 105,33 €	105 981,21 €	106 864,39 €	107 754,92 €	108 652,88 €	109 558,32 €	110 471,31 €
$1,1^{(1/12)} - 1$	100 000,00 €	100 797,41 €	101 601,19 €	102 411,37 €	103 228,01 €	104 051,17 €	104 880,88 €	105 717,22 €	106 560,22 €	107 409,95 €	108 266,45 €	109 129,78 €	110 000,00 €

Le taux moyen **n'est pas** la moyenne des taux. C'est la valeur qui "lisse" l'évolution sur plusieurs années.