

Chapitre 4 - Suites arithmétiques et géométriques

Table des matières

1. Les Suites Arithmétiques : "l'addition constante"	2
2. Les Suites Géométriques : "La multiplication constante"	3
3. Comparaison : arithmétique vs géométrique	4
4. Cas pratique de synthèse	4

1. Les Suites arithmétiques : "l'addition constante"

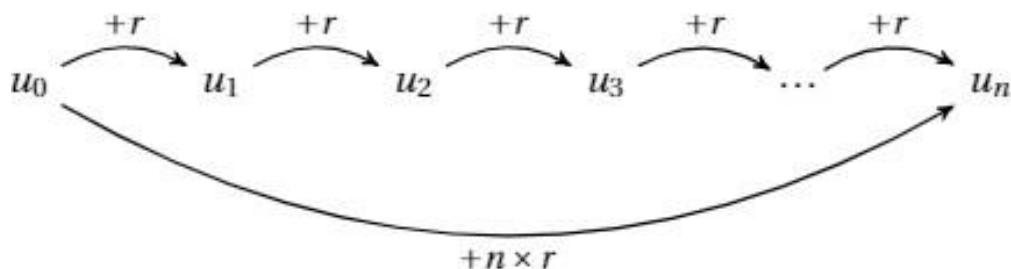
Une suite (U_n) est une **suite arithmétique** s'il existe un réel r tel que, pour tout entier naturel n ,

$$U_{n+1} = U_n + r.$$

Le réel r est appelé **raison** de la suite arithmétique.

C'est une suite où l'on passe d'un terme au suivant en **ajoutant** toujours le même nombre, appelé la **raison** (a).

Schématiquement,



Formules clés

- Relation de récurrence : $U_{n+1} = U_n + r$
- Formule explicite (pour trouver n'importe quel terme) : $U_n = U_0 + r \times n$
- Somme des termes : Nombre de termes $\times$ (1er terme + dernier terme) / 2

Soit (U_n) une suite arithmétique de raison r .

- Si $r > 0$, alors la suite (U_n) est strictement croissante.
- Si $r < 0$, alors la suite (U_n) est strictement décroissante.
- Si $r = 0$, alors la suite (U_n) est constante.

Exemple :

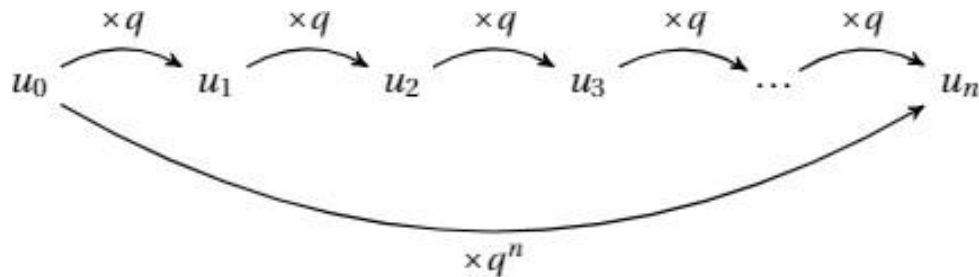
Une entreprise signe un bail. Le loyer initial est de **1 000 €**. Chaque année, le loyer augmente de **50 €**.

- Année 1 : $1000 + 50 = 1\,050$ €
- Année 2 : $1050 + 50 = 1\,100$ €
- Quel sera le loyer après 10 ans ? $= 1000 + 10 \times 50 = 1\,500$ €.
- Quel est le montant des loyers depuis 10 ans (depuis l'année 1 – 1 050 €) ? $= 10 \times ((1050 + 1500) / 2) = 12\,750$ €

2. Les Suites géométriques : "La multiplication constante"

C'est une suite où l'on passe d'un terme au suivant en **multipliant** par un même nombre, appelé la **raison** q . C'est le modèle de la **croissance en pourcentage**.

Schématiquement,



Formules clés

- Relation de récurrence : $U_{n+1} = U_n \times q$
- Formule explicite : $U_n = U_0 \times q^n$
- Somme des termes :

$$S = u_0 \times \frac{1 - q^{\text{nb de termes}}}{1 - q}$$

Soit (U_n) une suite géométrique de raison q .

- Si $q > 1$, alors la suite (U_n) est strictement croissante.
- Si $0 < q < 1$, alors la suite (U_n) est strictement décroissante.
- Si $q = 1$, alors la suite (U_n) est constante.

Exemple :

Vous placez **5 000 €** sur un compte à **3 %** par an.

- Année 1 : $5000 \times 1,03 = 5\,150$ €
- Année 2 : $5150 \times 1,03 = 5\,304,50$ €
- Quel est le capital au bout de 5 ans ? $5000 \times (1,03)^5 = 5796,37$ €.

3. Comparaison : arithmétique vs géométrique

Caractéristique	Suite arithmétique	Suite géométrique
Évolution	Constante (linéaire)	Proportionnelle (exponentielle)
Graphique	Points alignés sur une droite	Points sur une courbe qui monte de + en + vite
Mots-clés Gestion	"Augmente de X euros"	"Augmente de X %"
Application CG	Amortissement linéaire	Amortissement dégressif, intérêts composés

4. Cas pratique de synthèse

Énoncé : Une entreprise réalise un chiffre d'affaires (CA) de **200 000 €** en 2024. Elle prévoit une croissance de **4 % par an**.

1. **Identifier la suite :** C'est une hausse en pourcentage, donc une suite **géométrique** de raison $q = 1,04$.
2. **Calculer le CA en 2030 (soit 6 ans plus tard) :** $200\,000 \times 1,04^6 = 253\,063,80 \text{ €}$.
3. **Calculer le CA total cumulé entre 2024 et 2030 (7 années au total) :**

2024	2025	2026	2027	2028	2029	2030
200 000,00 €	208 000,00 €	216 320,00 €	224 972,80 €	233 971,71 €	243 330,58 €	253 063,80 €

$$200\,000 \times (1 - 1,04^7) / (1 - 1,04) = 1\,579\,659 \text{ €}$$